

Time : Three Hours]

[Maximum Marks: 50

नोट: प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note: Answer Any two parts from each question. All question carry equal marks.

इकाई / Unit-I

1. (a) $n \geq 1$ के लिए गणितीय आगमन विधि से दिखाइये कि—

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{n(2n - 1)(2n + 1)}{3}$$

Show that for $n \geq 1$

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3} \text{ by method of inductin}$$

- (b) ऐसे तिन ध्यान पूर्णांक होंगे जो ≥ 100 तथा 2,3,5,7 से भाज्य नहीं होंगे।

How many positive members which is ≥ 100 and are not divisible by 2,3,5 and 7.

- (c) एक घटना के घटने की प्रायिकता दूसरी घटना के घटने की प्रायिकता का वर्ग है, किन्तु पहली घटना के प्रतिकूल संयोगानुपाति दूसरी घटना के प्रतिकूल संयोगानुपात का घन है। प्रत्येक की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

The probability of happening of one event in the square of the probability of happening of the other. But the odds against the first event is the cube of odds. Against the second event. Find their probabilities.

इकाई / Unit-II

2. (a) मान लो L, \leq एक जालक है तथा $a, b \in L$ सिद्ध कीजिए—

- i- $a \vee a = a$
- ii- $a \wedge (a \vee b) = a$
- iii- $a \vee (a \wedge b) = a$

Let (L, \leq) be a lattice and $a, b \in L$

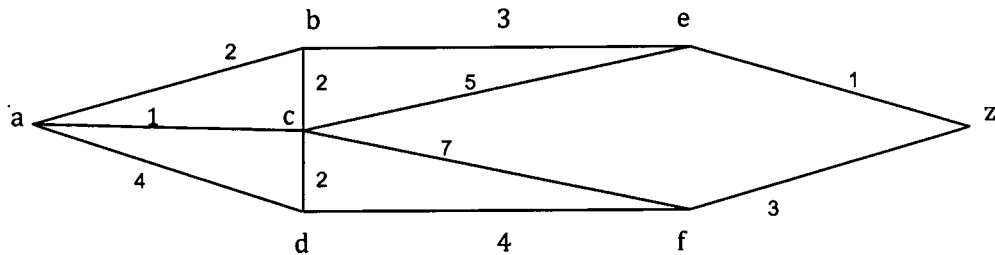
- i- $a \vee a = a$
- ii- $a \wedge (a \vee b) = a$
- iii- $a \vee (a \wedge b) = a$

- (b) सम एवं विषम शीर्ष को परिभाषित कीजिए।

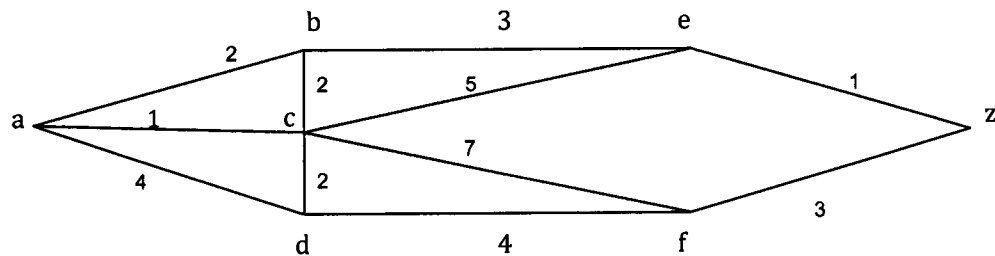
सिद्ध कीजिए कि एक आलेख में विषम घात में शीर्ष सदैव सम में होते हैं।

Define even and odd vertices prove that the number of vertices of odd degree in a graph is always even.

- (c) डिज कास्ट्रा एल्गोरिदम की सहायता से निम्नांकित भारित आलेख में a से z तक का लघुत्तम पथ ज्ञात कीजिए।



Find the shortet path between a to z by dijkstra's Algorithm in following weighted graph.



इकाई / Unit-III

3. (a) एक परिमित अवस्था यंत्र की अभिकल्पना कीजिए जो समुच्चय $\{0,1,2\}$ को निवेश के रूप में प्राप्त करता है तथा एक निर्गम इस प्रकार जनित करता है कि निर्गम निवेश अनुक्रम में अंकों के योग फल के माड्यूलों 3 के बराबर है।
Design a finite state machine that receives the set $\{0,1,2\}$ as input and produces' an output is equal to the modular 3 sum of digits in the input queue.
- (b) जनक फलन का उपयोग करते हुए, $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + r^2$ का योग प्राप्त कीजिए।
Using generating functions, evaluate the sum $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + r^2$
- (c) बबल सॉर्ट एल्गोरिथम लिखिए।
Write bubble sort Algorithm.

इकाई / Unit-IV

4. (a) अंतर समीकरण को हल कीजिए:
 $ar - 2a_{r-1} + 2a_{r-2} - a_{r-3} = 0$ दिया गया है कि $2_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = 1$
Solve the recurrence relation
 $ar - 2a_{r-1} + 2a_{r-2} - a_{r-3} = 0$ given that $2_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = 1$
- (b) अंतर समीकरण को हल कीजिए।
 $a_r + 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 3r^2 - 2r - 1$
Solve the following difference equation
 $ar + 5ar - 1 + 6ar - 2 = 3r^2 - 2r + 1$
- (c) एक समूह G के दो उपसमूह H_1 तथा H_2 हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $H_1 \cap H_2$ भी G का उपसमूह होता है।
If H_1 and H_2 be the two subgroups of a group G. Then prove that $H_1 \cap H_2$ will also be subgroup of G.

इकाई / Unit-V

5. (a) बूलीय बीजगणित $[B, V, \wedge]$ में एक संबंध \leq इस प्रकार परिभाषित है—
 $a \leq b \iff a \vee b = b$ या $a \wedge b = a$
सिद्ध कीजिए कि संबंध " \leq " B में एक अंशतः कम संबंध है तथा B एक लैटिस है।
In Boolean algebra $[B, V, \wedge]$, a relation \leq is defined such that
 $a \leq b \iff a \vee b = b$ or $a \wedge b = a$
Then prove that the relation \leq is a partial order relation in B and B is a lattice.
- (b) निम्न बूलीय फलन के लिए परिपथ बनाइयें तथा उसे सरल रूप में व्यक्त कीजिए—
 $F(x, y, z) = x.z + [y.(y^1 + z).(x^1 + x.z^1)]$
Draw the switching for the boolean functions and find a simpler switching circuit.
 $F(x, y, z) = x.z + [y.(y^1 + z).(x^1 + x.z^1)]$
- (c) निम्न बूलीय फलन को वियोजनीय प्रसमान्य रूप में लिखिए—
 $F(x, y, z) = [(x.y^1)^1 + z^1]. [z + x^1]^1$
Express the following Boolean function into disjunctive normal form.
 $F(x, y, z) = [(x.y^1)^1 + z^1]. [z + x^1]^1$